

MATEMATIKA A JAZYK VĚTŠINY I MENŠIN

Franco Favilli*

ÚVOD

Otázkám výuky matematiky v multikulturních kontextech zatím v Evropě nebylo věnováno mnoho pozornosti. Přitom v dnešní době se ve třídách v řadě evropských zemí setkávají kultury a jazyky. V důsledku této situace se výuka matematiky stává ještě obtížnější, než jsme byli doposud zvyklí. A je jisté, že více problémů budou mít právě žáci cizinci, žáci z menšin, romští žáci.

V tomto textu předkládáme výukovou jednotku, jejímž cílem je poskytnout učitelům nástroj, který by měl pomoci žákům překonávat kulturní a jazykové potíže a bariéry. Jazyk zadání je velmi jednoduchý, matematika přitom zůstává dostatečně komplexní. Učitelé musejí mít neustále na paměti, že jazyk, který se v hodinách matematiky používá, bude pro žáky-cizince představovat další překážku na cestě k úspěchu.

Cílovou skupinou, pro kterou bude tento materiál užitečný, jsou učitelé na 1. a 2. stupni, kteří pracují v oblastech s větší kulturní heterogenitou. Z materiálu ale budou sekundárně těžit i žáci z kulturních menšin či znevýhodněného sociálně-kulturního prostředí.

Vzdělávací cíle

Vzdělávací cíle této vyučovací jednotky lze rozdělit na cíle obecné a matematické.

K *obecným cílům* patří:

- probouzení vědomí hodnoty jiných kultur než naší vlastní;
- vytváření vhodných podmínek pro interkulturní komunikaci ve třídě, rozvoj inkluzivního přístupu (používání různých jazyků a vzdělávacích prostředků);

* CAFRE – University of Pisa, Italy

- rozvoj kritického postoje k používání jazyka a interpretaci významů;
- uvědomění si, jakou roli hraje používání odborného a přesného jazyka ve vyučování nejazykových předmětů;
- rozvoj schopnosti zdůvodnit volbu určitých postupů při řešení aktivity;
- uvědomění si nutnosti zamýšlet se nad texty a významem slov, které jsou v nich použity;
- rozvoj schopnosti žáků porozumět textům a dále s nimi pracovat;
- rozvoj porozumění psanému textu žáky-cizinci;
- rozvoj vědomí žáků, že každý z nich pracuje vlastním tempem;
- rozvoj vztahů ve skupině díky skupinové práci;
- rozvoj autonomie žáků.

K **matematickým cílům** patří následující:

- rozvoj schopnosti žáků rozumět matematickému diskurzu;
- rozvoj dovednosti číst matematické učebnice a slovní úlohy a rozumět jim;
- rozvoj schopnosti aktivně používat matematický jazyk;
- rozvoj znalosti matematických pojmů;
- rozvoj schopnosti najít rovnováhu mezi používáním přirozeného a matematického jazyka;
- identifikace předchozích znalostí a postojů k matematice u žáků-cizinců.

Vyučovací jednotka by měla vést k tomu, že učitelé identifikují **potenciální problémy žáků** a dále je reflektují. K těmto vzdělávacím problémům může patřit například:

- obtíže se správným používáním matematického jazyka: nejasnosti, pochybnosti a chyby při porozumění psanému textu jasně naznačují, že je třeba výuku obohatit o mluvené, komunikativní aktivity, to žákům pomůže rozvíjet schopnost jasně a přesně se vyjadřovat;
- potřeba správně využívat jazykové kompetence, protože jen správné využívání jazyka umožní správnou konstrukci znalostí, toto je třeba zohlednit nezávisle na časové náročnosti rozvoje v této oblasti;
- potřeba vytvářet aktivity tohoto typu, protože díky nim učitel vidí, co přesně žáci umí, na jakou úroveň konceptualizace se dostali, kde jsou případné obtíže. Takové poznatky jsou pro učitele zásadní, protože jen díky nim může vymýšlet vhodnou intervenci v hodinách a volit vhodné vyučovací metody.

Úlohy:

Výukový materiál se skládá z pěti hlavních úloh. Všechny úlohy by měly proběhnout v rámci skupinové práce. V každé skupině by měl být alespoň jeden žák-cizinec, nebo žák z odlišného sociokulturního prostředí.

- **Analýza učebnice** (*Čtení a psaní*)

Učitel žáky vyzve, aby přečetli kapitolu z učebnice, našli v ní nematematická „těžká“ slova a vypsali si je. Pak žáci společně diskutují o významu těchto slov a překládají je do jazyků, kterými žáci ve třídě mluví. Postupně tak vzniká „mikroslovníček“.

Poté mají žáci hledat matematická slova a porovnat je se slovy, která se používají v běžném jazyce. Hledají možné rozdíly ve významech stejných slov v jazyce matematiky a v běžné řeči. Slova překládají do cizích jazyků. Vzniká *matematický glosář* a *matematický slovník*.

Úkolem všech skupin je přepsat vybrané stránky z učebnice do běžné řeči. Žáci-cizinci přeloží vybrané věty do mateřských jazyků.

- **Analýza „slovní úlohy“ ze standardizovaného národního testování (Čtení a psaní)**

Učitel vybere „slovní úlohu“ z některého ze standardizovaných národních testů. Žáci s touto úlohou pracují stejně jako v předchozím úkolu.

- **Přirozený a matematický jazyk**

Úkolem žáků je odhalit možné potíže, které pramení z odlišeného významu slov v přirozeném a matematickém jazyce. Rozdíly ve významech mají vysvětlit ve své mateřštině.

- **Vytvoření „slovní úlohy“**

Žáci i nadále pracují ve skupinách. Jejich úkolem je zformulovat slovní úlohu. Úlohy potom předkládají spolužákům a společně diskutují o jazykové přesnosti a použití matematických pojmů. Učitel se v rámci této úlohy věnuje hlavně žákům-cizincům.

- **„Psaní učebnice“**

Žáci i nadále pracují ve skupinkách a mají napsat „stranu učebnice“. Matematický obsah volí učitel. Vytvořené stránky žáci předkládají spolužákům společně s kontrolním testem, který také připraví. Společně pak žáci diskutují o srozumitelnosti textu i používání matematických pojmů. Učitel se v rámci této úlohy věnuje hlavně žákům-cizincům.

Hlavní pilotování

Francesca Colzi, Stefania Massai a Franco Favilli

HLAVNÍ PILOTOVÁNÍ

Obecné informace

Škola: Istituto Comprensivo “Don Lorenzo Milani” – Viareggio (Lucca)

Stupeň: 2. stupeň

Počet učitelů: 2

Počet tříd: 6 (školní rok 2013/2014: dva druhé a dva třetí ročníky na nižší střední škole (odpovídá 7. a 8. ročníku, pro snazší porozumění jsou v dalším textu používána tato označení) – školní rok 2014/2015: dva druhé ročníky)

Věk žáků: 11 až 16 let.

Počet žáků: 63

Původ žáků-cizinců: Albánie, Gruzie, Indie, Maroko, Rumunsko, Rusko

Počet učitelů ve třídě během pilotování: 1 nebo 2 (učitel matematiky a speciální pedagog).

Zadání pro žáky

Aby žáci s texty pracovali opravdu kriticky, mohou jim učitelé před zahájením práce položit některé z následujících otázek:

- Byla některé slova hůře srozumitelná?
- Byla pro tebe těžší slova z běžného jazyka nebo matematické pojmy?
- Pochopil jsi smysl celého textu?
- Má text blízko k tvým vlastním životním zkušenostem?
- Vybavuje se ti při čtení textu něco známého?
- Používal jsi při práci s textem slovník?
- Pomáhal sis překladačem?
- Jaké jsou výhody a nevýhody práce se slovníkem?
- Jaké jsou výhody a nevýhody používání překladače?
- Znal jsi význam některých slov v mateřštině ještě před tím, než jsi zadával do překladače?
- Když text přepsali tvoji spolužáci do běžného jazyka, bylo pro tebe snazší mu porozumět?
- Jak jsi volil slova do přeformulovaného textu?
- Bylo těžké text přeformulovat?
- Narazil jsi na slova nebo slovní spojení, jejichž význam nebyl jednoznačný?
- Pomohlo ti, pokud byly použity obrázky?
- Bylo těžší přeformulovat text z učebnice, nebo slovní úlohu?
- Jak se dá text napsat poutavěji a srozumitelněji?
- Bylo těžké vytvořit kontrolní test pro spolužáky?
- Bylo snadné pracovat podle kontrolního testu, který připravili spolužáci?

Pilotování

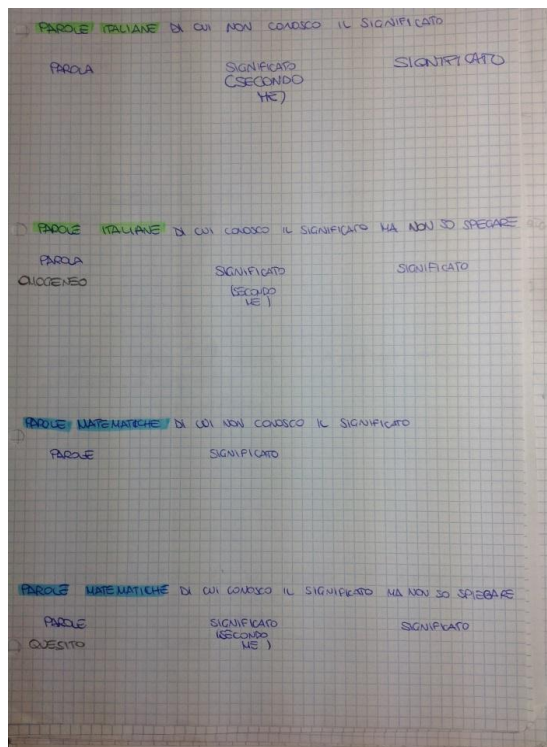
Úloha 1 (školní rok 2013/2014 – 8. ročník – 2 hodiny)

Se zvoleným matematickým tématem – pravděpodobností – se žáci se setkali poprvé.

Úkolem žáků bylo nastudovat v učebnici strany k tématu a vypsát slova:

- jejichž význam neznají v italštině;
- jež jim nedávají smysl v matematickém kontextu;
- jejichž význam v italštině sice znají, ale ne úplně přesně;
- jejichž význam v matematice znají, ale ne úplně přesně.

Když dočetli, hledali význam neznámých slov.



Úloha 2 (školní rok 2013/2014 –7. ročník – 3 hodiny: 2 hodiny práce v malých skupinách, 1 hodina společná práce celé třídy)

Skupina „žáků-expertů“, ve které záměrně nebyli žáci-cizinci, měla za úkol pročíst kapitulu o „kružnici“ a text přepsat tak, aby byl spolužákům lépe srozumitelný. Skupina měla také za úkol připravit test, který ověří, že látku pochopili.

Úloha 3 (školní rok 2014/2015 – 7. ročník – 2 hodiny)

Úloha se věnuje materiálu „Geometrické hádanky“, který vznikl v rámci projektu LOSTT-IN-MATH. V původní verzi materiálu žáci pracují ve dvojicích, jeden diktuje instrukce, druhý podle nich rýsuje geometrický obrazec. Ten, kdo diktuje, nesmí říct, o jaký geometrický obrazec se jedná.

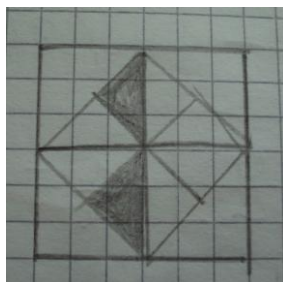
V tomto případě žáci pracovali jinak:

- Nepracovali ve dvojicích, jeden žák diktoval instrukce celému zbytku třídy, instrukce diktoval krok za krokem;

- měli za úkol narýsovat složené geometrické obrazce, a proto směli používat názvy geometrických obrazců, ze kterých se celek skládá.

Když skončilo diktování kroků, žáci si porovnali výsledný obrazec. Pak následovaladiskuze o jednotlivých instrukcích, jak je kdo pochopil a kde mohlo dojít k nepochopení. Byly případné problémy důsledkem dvojznačných instrukcí nebo nepochopením ze strany některých žáků?

Výsledný obrazec měli žáci narýsovat:



Diktovanéšpatně formulované instrukce:

- *Narýsujte čtverec!*
- *Čtverec rozdělte na polovinysvislou přímkou!*
- *Narýsujte vodorovnou úsečku, která začíná a končí ve středu svislých stran a prochází středem čtverce.*
- *Spojte všechny body, které takto vytvoříte. Vznikne vám kosočtverec.*
- *Přepulte všechny trojúhelníky, které jsou v kosočtverci.*
- *Vybarvěte levou horní a levou dolní část kosočtverce.*

V jiném 7. ročníku ve stejné škole vznikla podobná úloha. Byl to první případ, kdy žáci této třídy pracovali podobným způsobem. Učitel pro tuto aktivitu zvolil základní obrazec – kosočtverec.

Úkolem pro žáka, který diktoval instrukce, bylo, aby používal pokud možno „základní instrukce“ (např.: *narýsujte úsečku, označte bod, ...*) a dále nic nevysvětloval.

Žák použil následující pokyny:

- Je tam čára, ano, úsečka.
- S pomocí této úsečky narýsujte ostrý úhel, ... směrem nahoru.
- Pak narýsujte další úsečku, která bude svírat tupý úhel.
- Pak k tomu připojte další úsečku, která bude svírat ostrý úhel.
- K tomu připojte další úsečku, která bude svírat tupý úhel shodný s prvním tupým úhlem.

V jednotlivých krocích se spolužáci snažili diktujícího žáka opravovat, korigovat jeho pokyny.

Obecně lze říci, že kapitola o pravděpodobnosti byla pro žáky velmi těžko srozumitelná a rozhodně nevedla k tomu, že by si žáci vytvářeli trvalé a přesné znalosti.

Úloha 2

Při přepisování původního textu se žáci od originálu odklonili jen nepatrně. V podstatě napsali shrnutí textu z učebnice. Skupina, která na přepisu pracovala, řekla, že šlo o velmi obtížný úkol, na který neměli dostatek času. Podle nich byl původní text velmi zmatený a na jeho úpravy by bylo potřeba času mnohem více.

Všimli jsme si, že na počátku při přeformulování žáci nevěnovali pozornost doprovodným ilustracím. Z učebnice je nepřebírali, přestože šlo o výklad geometrie. Některé z obrázků žáci vložili až na konci textu, který vytvořili, a do textu pak doplnili odkazy na ně. Vypadalo to, jako by se domnívali, že pokud by obrázky byly přímo v textu, čtení textu by se stalo náročnějším.

Obecně lze říci, že nově napsaný text byl srozumitelný, i když někdy bylo třeba ústního doplňujícího komentáře jeho autorů.

Pro skupinu bylo velmi těžké nachystat kontrolní test. Přišlo jim divné testovat spolužáky. Jedna ze dvou skupin, která pracovala na tomto úkolu, se rozhodla kontrolní test vůbec nevytvořit. Druhá skupina bojovala s odporem třídy, která odmítala, aby ji hodnotili spolužáci.

Úloha 3

V rámci této úlohy žáci rozvíjeli poslechové dovednosti i schopnost soustředit se. Komunikační dovednosti rozvíjel i žák, který pokyny diktoval. V rámci této úlohy se ukazovaly potíže, které žáci mají, pokud mají používat matematický jazyk. Rozhodně ale neplatilo, že by v této úloze měli žáci-cizinci větší obtíže (ovšem všichni z nich patřili k druhé generaci přistěhovalců).

Z hlediska žáka, který instrukce diktoval i ostatních, kteří podle nich rýsovali, jasně se ukázalo, kolik nepřesností může vzniknout, pokud nejsou pokyny formulovány jednoznačně. Pro žáka, který diktoval, bylo obtížné už samotné rozhodnutí, v jakém logickém pořadí jednotlivé instrukce dávat. Bylo pro něj složité hledat přesné termíny a používat jiná slova, než by použil v běžné komunikaci. Celé to trvalo dlouho a bylo třeba neustálých oprav a úprav.

Útvary, které žáci narýsovali, se od sebe velmi odlišovaly a neodpovídaly původnímu obrazci. To vyvolalo diskuzi v celé třídě. Otázky, které vyvstaly, byly následující: „Jak je možné, že jste všichni nenarýsovali stejný obrazec?“, „Proč se jen několik z vás podařilo namalovat obrazec, který se vám spolužák snažil nadiktovat?“

Žáci přiznali, že příčinou problémů bylo nedostatečné ovládání matematického jazyka i špatné seřazení jednotlivých pokynů.

Žáci-cizinci neměli žádné zvláštní potíže, ani ti, kteří doma hovoří jiným jazykem než italštinou. Všichni z nich navštěvují italské školy již od 1. ročníku, takže matematiku se učili v italštině od samého počátku.

Role učitele byla role moderátora, do diskuze pokud možno nezasahoval, jen žáky povzbuzoval, aby se do ní zapojovali, a nechal jim maximum prostoru.

KONTEXT VYUČOVACÍ JEDNOTKY

Jedním z cílů vzdělávání v matematice, jak je definováno ve francouzských osnovách, je „naučit žáky, aby uměli číst a porozuměli matematickým textům a také aby uměli matematické texty formulovat“. Oblast geometrie se jeví jako vhodná pro rozvoj schopnosti porozumět textu, argumentovat a formulovat na různých úrovních. V oficiálních dokumentech se zdůrazňuje, že je třeba, aby byl při výuce matematiky čas věnován jak bádání a odůvodňování, tak psaní a organizaci myšlenek. Dále je v dokumentech uvedeno, že žáci nemají být příliš brzy sevřeni do striktního rámce, nemají být nuceni psát podle konkrétního modelu: „Jen pokud mají žáci při psaní dostatek svobody, mohou se naučit opravdu dobře psát. To platí i při psaní důkazů.“ (Průvodce „Raisonnement et démonstration pour le collège“¹). Z hlediska hodnocení žáků zaměřeného na hodnocení kompetencí mají učitelé obě složky oddělovat, hodnotit samostatně. V rámci pregraduální přípravy se budoucí učitelé setkávají s modelovými příklady, které společně diskutují.

V rámci pregraduální přípravy je výuce geometrie na 2. stupni věnována značná pozornost. Jde o důležitou složku kurikula pro tento stupeň a žáci i učitelé se v této oblasti setkávají s mnoha potížemi. Složitě je zavádění deduktivní geometrie i geometrického myšlení. Výuka geometrie na pedagogických fakultách je zasazena do různých teoretických rámců, například různá geometrická paradigmatata (Houdement a Kuzniak), změny v registrech reprezentace (Duval) a dialektika nástroj-předmět (Douady).

PLÁNOVÁNÍ EXPERIMENTÁLNÍ VÝUKY

Francouzské osnovy pro 2. stupeň jsou v otázkách používání jazyka velmi explicitní:

- „Je třeba věnovat pozornost jazyku a různým významům stejného slova.“
- „Účinný způsob, jak žákům ukázat, že se musí vyjadřovat přesně, je zadat jim úkol tak, aby namísto toho, aby něco dělali, museli někoho nechat něco udělat. Žáci ale nesmějí nabýt dojmu, že jde o nepřírozený, samoučelný požadavek. Přírozený způsob, jak takovou situaci navodit, je nechat žáky, aby napsali pokyny, podle kterých někdo jiný pracuje (například popíšu složitý geometrický obrazec tak, aby ho někdo jiný byl schopný narýsovat). Jiná možnost je zadat jim takovou práci s počítačem, při které budou muset velmi přesně formulovat.“

První hodina bude věnovaná tomu, aby si žáci uvědomili mnohoznačnost některých matematických pojmů.

* Université UPEC, ESPE, Créteil (France).

¹ Oficiální dokument:

media.education.gouv.fr/file/Programmes/17/7/doc_acc_clg_raisonnement&demonstration_109177.pdf

Ve zbylé části hodiny budou žáci pracovat na „obrazcích po telefonu“ (jeden žák druhému diktuje pokyny a druhý podle nich rýsuje geometrický obrazec) a pracovat se softwarem pro výuku geometrie. Různé experimenty ukazují, že žáci účinně komunikují matematiku ve svém jazyce, který není správný ani matematicky, ani lingvisticky. Přesto druhý žák narýsuje správný obrazec. To, že je výsledný obrazec správně, vlastně potvrzuje legitimitu jazykového výkonu druhého žáka. Otázkou tedy je, jestli takovéto cvičení opravdu vede k zpřesňování používaného jazyka. Na druhou stranu je ale zřejmé, že taková úloha rozvíjí celou řadu kompetencí: analýzu obrazce, určení obrazce podle jeho charakteristických znaků, změny registru znázornění, soustavná a systematická dekonstrukce mluveného jazyka na elementární pokyny.

Proto jsme se rozhodli, že v rámci aktivity „obrazce po telefonu“ budeme pracovat tak, aby žáci měli možnost neustále se zlepšovat. Proto byla tato aktivita rozdělena do třech vyučovacích hodin:

- hodina věnovaná diktování obrazců po telefonu a jejich rýsování. Nejprve žáci pokyny sepsali písemně. Pak si je diktovali a rýsovali. Poté porovnali původní a narýsovaný obrazec a na základě tohoto srovnání hledali, kde mohly vznikat potíže, například kde chyběly podstatné údaje nebo kde byly podstatné údaje podány ve špatném pořadí. Je pravděpodobné, že pokud žák používá nepřesný jazyk, bude docházet (i když ne vždy) k problémům při rýsování obrazce;

- hodina věnovaná tvorbě obrazců s použitím geometrického softwaru. Algoritmický proces vyžaduje, aby měl žák připraven seznam primárních instrukcí. K tomu využije pokynů z předchozí hodiny. Práce se softwarem může pomoci odhalit nepřesnosti, které v předchozí hodině zůstaly bez povšimnutí. Dynamický charakter softwaru také umožní zdůraznit některé vlastnosti obrazce, které při manuálním rýsování zůstaly skryty;

- v poslední hodině žáci upravují a vylepšují text z první hodiny, kdy pokyny diktovali spolužákovi. V této fázi je možné porovnat text z pera odborníka (text z učebnice) s textem, který žáci sami napsali, a případně jej dále upravit.

Tento vyučovací experiment proběhl v 7. třídě na konci školního roku. Experimentu se zúčastnilo i několik žáků-cizinců.

VÝUKA JEDNOTKY

1. hodina: Mnohoznačnost slov

První pojem k diskuzi byl „vrchol“. Teoreticky by tento pojem neměl působit potíže, šlo o to, aby bylo slovo klíčové pro další práci zcela jasné.

Poté se žáci zaměřili na pojem „výška“. V běžném životě běžně používáme pojmy velikost nebo rozměr. Matematická definice pojmu výška ale může způsobit, že žáci zamění výšku za osu úhlu nebo těžnici. Všichni žáci se shodli v odpovědi na otázku, zda lze výšku měřit. Jejich odpověď zněla, že ne, protože jde o přímku. Této názor ale museli změnit, když jim učitel předložil vzorec pro výpočet obsahu trojúhelníku. Pak si uvědomili, že matematické pojmy mohou být mnohoznačné.

Na konci hodiny žáci hráli online hru², ve které museli přiřazovat definice téhož slova v běžném jazyce a v jazyce matematiky.

Před tím, než žáci pracovali na společném shrnutí, napsal si každý z nich vlastní poznámky. Je důležité, aby se zapojil každý žák. Každý musí ústně obhajovat svoje názory. Potom je vše ověřeno na počítači a videoprojekci.

Žáci-cizinci se účastnili první části hodiny; druhá část už pro ně byla příliš náročná. K některým pojmům se později vrátili v průběhu hodiny navíc se speciálním pedagogem. V těchto hodinách žáci pracovali na vlastním glosáři.

2. hodina: „Obrazce po telefonu“

Žáci-cizinci si tuto aktivitu předem vyzkoušeli v hodinách navíc. Použité obrazce byly jednoduché a vycházely z francouzských osnov pro 7. ročník, kde se učí rovnoběžníky, vlastnosti čtverce, obdélníku a kosočtverce.

Žáci pracovali ve dvojicích, učitel do jejich práce nezasahoval. Jeho role spočívala v tom, že žákům, kteří budou diktovat, sdělil název obrazce, který mají nadiktovat. Většina dvojic pracovala se čtvercem. Jen čtyři dvojice dostali zadaný kosočtverec. Dva žáci, kteří do Francie přijeli teprve nedávno, měli za úkol popsat video s konstrukcí obrazce. Popisy vybírali ze seznamu, který měli k dispozici.

Aktivita proběhla tak, že jeden žák z dvojice dostal od učitele název obrazce. Diktoval instrukce k jeho narýsování. Druhý žák tyto instrukce nejprve zapsal a potom podle nich narýsoval obrazec. Pokud měl nějaké pochybnosti o tom, že jsou instrukce kompletní a správně, sdělil je druhému žákovi. Poté žáci porovnali obrazec, který měli popsat, s obrazcem, který narýsovali. Výsledkem diktátu čtverce byl většinou čtverec nebo obdélník, pokud žáci zapomněli říci, že mají být strany stejně dlouhé. Při konstrukci kosočtverce ale vznikaly nejružnější obrazce. Narýsovat kosočtverec se podařilo pouze jedné dvojici, a to díky tomu, že začali konstrukcí úhlopříček. Pokud žáci začali od stran kosočtverce, nikdy se nedobrali ke správnému výsledku. Některé výsledky byly opravdu překvapivé, například šestiúhelník nebo trojúhelník připojený k obdélníku.

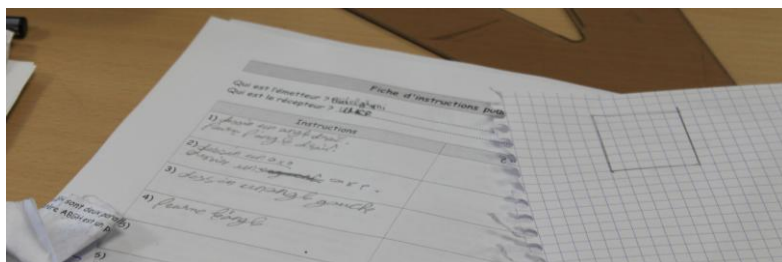
Ve většině případů žáci nepoužívali matematické pojmy. Namísto pokynu „Narýsuj úsečku“ používali například „narýsuj čáru“. Jen tři dvojice spontánně používali písmena pro označení bodů nebo úseček.

Mnoho žáků používalo nematematické výrazy pro orientaci v prostoru. Namísto kolmý například používali „svislý“ a „vodorovný“.

Tedy sekvence pokynů „narýsuj vodorovnou čáru/narýsuj svislou čáru/narýsuj vodorovnou čáru/uzavři to“ vedla k tomu, že druhý žák narýsoval čtverec. Zde mohlo sehrát roli i to, že žák, který diktoval, dostal od učitele název obrazce, nikoli jeho obrázek. Z toho druhý žák usuzoval, že musí jít o známý obrazec, který také vytvořil.

²<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/tous/vocabulaire/mots2.htm>, staženo 1. května 2015

Totéž lze říci o pokynech, které vytvořil žák-cizinec: „narýsuj pravý úhel/narýsuj osu/narýsuj levý úhel/uzavři úhel“. I tento popis vedl k narýsování čtverce.



Zajímavé je použití termínu „levý úhel“: Vzniklo toto spojení v důsledku vícevýznamovosti slova „pravý“? Je levý úhel pravý úhel, který patří na levou stranu obrázku? Žák si byl vědom toho, že ne každý úhel je pravý.

Když žáci skončili práci na této úloze, prohodili si role a dostali další obrazec. Mnoho dvojic ale tuto druhou část aktivity nestihlo dokončit.

Celá třída společně shrnula případ kosočtverce. Nejprve se věnovali případu, který vedl ke špatné konstrukci. Učitel podle instrukcí kreslil na tabuli. Dvojice nepoužila termín „výška“ pro konstrukci výšky ani poté, co jim to učitel poradil. Poté ukázala svoji úspěšnou konstrukci kosočtverce dvojice, která začala od úhlopříček.

3. hodina: Konstrukce obrazce s použitím dynamického geometrického softwaru

Žáci pracovali ve dvojicích se softwarem GeoGebra. Nejprve sestrojili čtverec, poté kosočtverec a nakonec rovnoběžník. Pokud dvojice skončila dříve než ostatní, měl pro ně učitel další obrazec. V rámci pilotování se poslední obrazec podařilo sestrojit dvěma dvojicím. Žáci museli popsat, jak funguje software, se kterým pracovali. Všichni sestrojili čtverec. Při sestrojování čtverce někteří z nich využívali nástroje „osa souměrnosti“, „souměrnost“. To ukazuje, že využívali informace ze závěru předchozí hodiny, kdy spolužáci ukazovali sestrojení kosočtverce pomocí úhlopříček. Jiným žákům trvalo sestrojení kosočtverce velmi dlouho, nebyli schopni uvědomit si všechny podmínky.

Všichni žáci konstatovali, že z hlediska tohoto úkolu byla práce z předchozí hodiny velmi užitečná. Někteří žáci-cizinci se ale domnívali, že by pro ně bylo jednodušší od začátku pracovat s dynamickým softwarem, najít v něm klíčová slova a teprve potom sepisovat návod k sestrojení. Ikony v softwaru a feedback počítače žákům umožňují, aby obrazec sestrojili vlastními silami, a při tom se učili potřebnou matematickou slovní zásobu.

4. hodina: Vylepšování textů

Tuto hodinu vedl společně učitel matematiky a francouzštiny.

Při porovnávání vlastních textů s „profesionálními“ texty z učebnice se žáci mimo jiné zaměřovali na slovesné tvary. Nejčastěji používali rozkazovací způsob v jednotném či množném čísle nebo infinitiv. Jiní při srovnávání svých textů s učebnicí zkoumali volenou slovní zásobu, například rozdíl mezi „vyznačte“ a

„narýsujte“ používané v učebnici. Diskutovali o tom, jaký je vlastně rozdíl mezi těmito dvěma slovy, a hovořili o přesnosti různých slov.

Žáci přepisovali postup konstrukce.

A la façon d'un livre de mathématiques	
Te voilà professeur et rédacteur dans un livre de mathématiques. Tu dois essayer de faire dessiner les figures ci-dessous à l'aide d'une consigne. Bien évidemment, les mots « carré », « rectangle » et « losange » ne peuvent être utilisés.	
Figure	Instructions
CARRÉ	a) Trace un segment $[AB]$ de ^{quelque} longueur. b) Trace une perpendiculaire à $[AB]$ qui passe par A. c) Trace le point D sur la perpendiculaire à ^{quelque} distance d'A. d) Trace une perpendiculaire qui passe par B. e) Place le point C sur la perpendiculaire à ^{quelque} distance de B. f) Trace un segment entre C et D.

Bohatá diskuse o matematickém jazyce i předchozí aktivita vedly ke značnému zlepšení. Významnou roli hrála i asistence učitele francouzského jazyka.

ANALÝZA A POSTERIORI

Na konci tohoto experimentu učitel řekl: „Používání jazyka sice ještě není úplně přesné, ale rozhodně vidím mezi první a poslední hodinou obrovské zlepšení.“

Texty sice nebyly dokonalé, ale jednotlivé části informací byly kompletní a odpadlo lokalizování v prostoru. Texty už začínaly jasným pokynem („Vyznač“, „Narýsuj“, ...) a mnohem častěji v nich byly použity matematické termíny. Žáci už označovali body a úsečky, díky čemuž byly instrukce mnohem jasnější a jednoznačnější.

Při porovnání vlastních textů s texty odborníků žáci našli, v jaké formě by mohl být jejich popis konstrukce. Nepotřebovali k tomu rámec nebo instrukce od učitele. Sami si ujasnili, co přesně se vlastně v tomto typu textu očekává.

Navíc lze očekávat, že žáci v budoucí práci budou sami lépe rozumět popisům konstrukcí a zadáním.

Důležité je i to, že žáci museli svůj postup předat dalšímu žákovi nebo přenést do počítače prostřednictvím softwaru a že mohli porovnat záměr s výsledkem této práce. Díky tomu získala celá aktivita psaní a přepisování matematického textu hlubší smysl. Nešlo o dlouhý úkol. Obrazce museli být jednoduché a návody na jejich konstrukci krátké. Jako nezbytné se jeví, aby žáci texty později znovu použili. Sami nejsou schopni odhalit charakteristiku dobrého textu. První texty, které na konci 7. ročníku vznikaly, byly velmi špatné. Kdyby se tomuto typu práce žáci věnovali častěji, dá se očekávat další zlepšení. Tento typ činnosti by se proto měl objevovat nejen v konstrukčních úlohách, ale i v jiných oblastech matematiky. Pokud žáci dobře ovládnou schopnost komunikovat o matematice, nepochybně tím zlepší znalosti v tomto předmětu. To platí i pro případ, že matematiku komunikují písemně.

Literatura

- Duval R. (2000), *Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques, Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 20, n° 2.
- IREM de Strasbourg (2002), *Ressources pour le programme de sixième*, (brochure avec un CD contenant des activités directement utilisables pour les élèves).
- Pluvinage F. (2000), *Mathématiques et maîtrise de la langue, Repères IREM*, n° 39.
- Pudelko B. et Legros D. (2000), *J'écris donc j'apprends, Cahiers pédagogiques*, n° 388 – 389.

Třetí pilotování

Charoula Stathopoulou^{***}, Eleni Gana^{***} Ioannis Fovos

Úvod

Tato jednotka byla pilotována ve dvou zcela odlišných vzdělávacích prostředích. První pilotování proběhlo se skupinou 20 žáků 1. ročníku 6. nižší střední školy ve Volosi (věk 12-13 let). 7 z těchto žáků byli Romové. Druhou skupinu pro pilotování tvořili vězni (věk 17-21 let), kteří se vzdělávají ve 2. a 3. ročníku nižší střední školy zřízené přímo při věznici. Většina studentů v této druhé skupině jsou Asiati, Afričané i Evropané, kteří v Řecku žijí krátce i mnoho let, takže jejich znalosti řečtiny se velmi lišily. Hodiny vedl učitel matematiky v těchto třídách, pan Ioannis Fovos, který matematiku učí v obou uvedených školách. Matematiku vyučuje už 25 let a ve věznici učí již 12 let. Pilotování ve druhé skupině proběhlo ve spolupráci s učitelkou řečtiny, paní Annou Georgiou, která měla dost času se s vyučovací jednotkou seznámit a na pilotování se připravit.

Pilotování ve třídě

Pilotování s první skupinou: 1. ročník 6. nižšího gymnázia

V 1. hodině učitel žákům řekl, že se zaměří na zkoumání matematického jazyka (diskurzu) a vztahu matematického jazyka k běžnému každodennímu jazyku. Poté učitel žáky rozdělil do skupin po 3 či 4. Každá skupina dostala pracovní list se třemi aktivitami a list a úryvky textu z učebnice matematiky. Úryvky byly z kapitoly Čtýrhelníky (rovnoběžník, obdélník, kosočtverec, čtverec, lichoběžník, rovnoramenný lichoběžník).

V první aktivitě žáci vycházeli z vlastních zkušeností a hledali slova, která používáme v běžném životě a matematice a mohou mít stejný nebo zcela odlišný význam. Všechny skupiny našly příklady slov a jejich významů. Učitel slova napsal na tabuli.

^{***} Department of Special Education - University of Thessaly, Greece

V rámci druhého úkolu žáci hledali slova, která mají v běžném životě a matematice stejný nebo jiný význam v předloženém textu.

Ve 2. vyučovací hodině žáci pracovali na zadané slovní úloze. Na závěr zformulovali vlastní slovní úlohu a vyřešili ji. Možnost tvořit vlastní slovní úlohy žáky nadchla. Poprvé se dostali do pozice, kdy úlohy tvořili, nikoli řešili. Této nové pozici se ale začali cítit nejistě a častěji se obraceli na učitele, aby jim pomohl nebo zkontroloval jejich rozhodnutí. Patrná byla nezvyklá ochota spolupracovat ve skupině, sdílet názory a domlouvat se, jak nejlépe zformulovat matematické zadání úlohy.

Pilotování s druhou skupinou: Škola ve věznici

Ve škole, která je zřízena při věznici, proběhlo pilotování ve stejných krocích a použity byly stejné nástroje. Studenti-vězni projevovali obrovský zájem o komunikační aktivity; velmi aktivně se účastnili diskuze v celé třídě i ve skupinách.

1. vyučovací hodina: Podle očekávání bylo hledání slov, která se používají v běžném jazyce i matematice (1. úloha z pracovního listu), velmi náročné pro ty studenty, jejichž znalosti řečtiny byly omezené. Hledání vztahů mezi dvěma oblastmi používání jazyka vyžaduje abstraktní mentální procesy, což vyžaduje pokročilé znalosti konkrétního jazyka. Proto se učitel snažil studentům pomáhat pomocí návodných otázek a nápovědy. Zde pomáhala také učitelka řečtiny, která studenty odkazovala na texty, které společně procházeli. Druhý a třetí úkol z pracovního listu (hledání slov v textu, spojování těchto slov s jejich významem v běžném jazyce a hledání ekvivalentu v mateřském jazyce studenta) vedlo k velmi živé diskuzi ve skupinách. Studenti diskutovali a snažili se najít slova i různé kontexty, ve kterých se tato slova používají. Studenti s pokročilejší znalostí řečtiny měli roli prostředníků, překládali některá slova do mateřského jazyka, čímž pomáhali slabším studentům, aby se postupně učili matematický jazyk.

2. vyučovací hodina: Celá třída zkoumala slovní úlohu. Studenti společně určili diskurzivní prvky žánru slovních úloh. Poté vytvořili skupiny – tvořili je sami podle jazykové příbuznosti. Každá skupina si dala za cíl vytvořit slovní úlohu. Studenti se museli mezi sebou dohodnout, jaký matematický obsah použijí a jak zformulují zadání, jakou slovní zásobu použijí. Tato diskuze byla často vedena zároveň ve dvou jazycích – řečtině a mateřském jazyce skupiny studentů. Nejvíce se diskutovalo o tom, jak vysvětlit matematické pojmy, jak zvolit co nejvhodnější výraz. Pokud studenti učitele žádali o pomoc, nechal si od nich vysvětlit alternativní návrhy a efektivně studenty vedl k tomu, aby se sami rozhodli pro lepší z obou návrhů.

Závěry

Aktivita zaměřená na slovní úlohy vedla v obou skupinách k vědomé reflexi o vztahu mezi matematickým a každodenním jazykem. Zamýšleli se nad tím jak rodili Řekové, tak cizinci. Tato aktivita připadala obzvláště zajímavá a užitečná studentům, kteří se matematiku učili v jiném jazyce. Díky ní si ujasnili význam některých slov v závislosti na kontextu, v jakém jsou použita, konkrétně v kontextu matematiky a běžného života. Studenti také ocenili možnost pokusit se uchopit matematické pojmy

tak, že hledali ekvivalentní výraz v mateřském jazyce. Někdy to ale nebylo jednoduché. Kvůli omezením věznice se museli studenti spoléhat na překlad spolužáků, kteří hovořili stejným nebo příbuzným mateřským jazykem.³ Učitel slíbil, že pokud budou v budoucnu pracovat na podobných úlohách, zajistí studentům fotokopie materiálů s překladem pojmů do jejich mateřštiny.

Závěrem lze tedy říci, že tvorba slovních úloh přišla zajímavá a užitečná jak žákům, tak učitelům. Žáci a studenti upozorňovali, že pro ně bylo nesmírně stimulující vyzkoušet si převést situaci do jazyka matematické slovní úlohy. Podle učitele bylo pilotování tohoto materiálu impulsem k tomu, aby se k tvoření slovních úloh vrátili i v budoucnosti.

Závěry ze tří pilotování

Roberto Peroni^{****}

Jazyk zůstává nejvýznamnějším nástrojem kulturní komunikace a kognitivního vývoje v historii lidstva. Téměř každý obsah a interakce musí být nějak lingvisticky organizován.

Vztah mezi matematikou a jazykem je obzvláště významný, protože každý lidský jazyk je „un système où tout (ou presque tout) se tient“ (de Saussure and Meillet), a protože matematika je přísně vzato strukturovaný jazyk nejen se specializovanou slovní zásobou, ale také s hierarchickou syntaxí.

Tématem projektu M3EaL je vztah jazyka a dalších třech „M“ faktorů v hodinách matematiky: matematiky, migrace a multikulturalismu. Tato vyučovací jednotka je vhodná pro práci v hodině jak v kulturně heterogenní třídě, v níž žáci mluví několika různými rodnými jazyky (menšinovými jazyky), tak v situaci, kdy výuka probíhá v jazyce, který je druhým jazykem pro většinu ze žáků (např. CLIL).

Pokud se na zprávy z každého pilotování podíváme detailněji, hovoří o současné komplexní situaci v oblasti vzdělávání žáků z odlišného kulturního a jazykového prostředí. Tito žáci pocházejí z východní Evropy, Afriky, Asie, v Řecku se při pilotování také pracovalo s romskými žáky a studenty (ve věku 17 až 21 let), kteří navštěvují školu uvnitř nápravného zařízení. Každý z těchto žáků je nucen naučit se učit se v druhém jazyce (Gibbons, 1993); a zatímco výzkum v oblasti neurovizualizace poukazuje na komplexní vztah mezi matematikou a jazykem (propojení jazykové aktivity levé mozkové hemisféry s výpočty) (Dehaene et al., 1999) a na intraparietální zapojování při porovnávání množství a odhadování (Dehaene et al., 2004), nedávná studie fMRI (Wang et al., 2007), která se věnuje

³ U této úlohy studenti hodně mluvili o tom, že vězeňský systém jim brání v online přístupu k textům v mateřském jazyce. Sepsali petici a požadovali, aby směli za vzdělávacími účely používat internet.

žákům, jejichž mateřským jazykem je mandarínská čínština a učí se anglicky, ukazuje, že pokud žáci počítají, přecházejí do mateřského jazyka, ale dochází k aktivizaci dalších neuronů, hlavně v levé mozkové hemisféře (v Brocově oblasti).

Před učiteli stojí velké a komplexní cíle: pochopení kladné hodnoty jiných kultur; vytvoření podmínek vhodných pro interkulturní dialog ve třídě a pro inkluzivní vzdělávání; vybudování kritického postoje k tomu, jak používají jazyk a jak jejich jazyk žáci interpretují; a samozřejmě také výuka matematiky, kdy musejí být schopni v žácích rozvíjet schopnost rozumět a používat matematický jazyk; používání vhodných a dobře promyšlených vyučovacích metod a přístupů.

Navržené a pilotované aktivity jsou explicitně multikulturního charakteru. Všechny zprávy z jednotlivých pilotování hovoří o analýze (čtení a psaní) části učebnice, analýze (čtení a psaní) slovní úlohy, která pochází z národního srovnávacího testu. V rámci této analýzy žáci hledají obtížná slova a/nebo obtížné věty. Přemýšlejí o nich a vytvářejí si seznam slov a termínů, které překládají do svého mateřského jazyka. Další možností je vytvářet glosář matematických termínů (to je příklad francouzského pilotování) a tak předcházet špatnému pochopení textu v důsledku mnohoznačnosti některých slov.

Každá zpráva z pilotování se věnuje reflexi geometrických útvarů (čtyřúhelníků). Více se jim věnuje italské a francouzské pilotování, kde žáci pracují s myšlenkou telefonování, díky němuž se učí diktovat jasnější a přesnější instrukce a popisy útvarů umožňující, aby jejich partner nakreslil útvar co nejvíce podobný původnímu obrazci, a tak rozvíjejí své jazykové schopnosti. V Paříži-Créteil žáci také při sestavování obrazců pracovali s dynamickým geometrickým softwarem GeoGebra. Při této aktivitě bylo patrné, že rodilým mluvčím se pracuje o něco lépe, neboť lépe ovládají pracovní jazyk tohoto softwaru.

Práce na didaktické jednotce byla práce dlouhodobá a stále mohou přetrvávat některé nedokonalosti. Vytvořená didaktická jednotka ale jasně ukazuje, jak výrazně žáci postupně zlepšili své jazykové dovednosti při diktování obrazců; možná stále diktují nepřesně, ale začínají již jasnými příkazy („Označ“, „Namaluj“, „Spoj“, „Rozděl“, atd.). Žáci také postupně zpřesnili používání některých pojmů a začali například běžně používat pojmy „úsečka“ či „bod“, díky čemuž se jejich návod stal jednoznačnější a přesnější.

Ve všech aktivitách, ze kterých se vyučovací jednotka skládá, je učitel v roli facilitátora. Žáci se na něj obracejí, pokud narážejí na matematické či jazykové překážky. Každá taková komunikace vede ke zlepšení. Každé zlepšení v matematické komunikaci samozřejmě znamená i zlepšení ve znalostech matematiky.

Zkušenosti ze všech tří pilotování lze shrnout takto:

- a. Translingvní aktivity zaměřené na význam slov a termínů podporují rozvoj vědomé reflexe vztahu mezi jazykem matematiky a běžným jazykem, a to jak ze strany rodilých, tak nerodilých mluvčích. Z pilotování vyplývá, že tyto aktivity vnímali jako přínosnější žáci, jejich mateřským jazykem nebyl jazyk vyučovací. Tento typ aktivit jim umožnil dát si do souvislosti vztah mezi

významem slov v různých kontextech – v kontextu matematickém a v kontextu běžného života.

- b. Aktivita sestrojování obrazců podporují ne zcela konvencionalizované základní procesy, ve kterých dochází k propojení abstraktnější symbolické úrovně s pragmatickými pohyby a gesty, na nichž jsou postaveny abstraktní znalosti (Bates et al., 1979), (Arzarello et al., 2009), (Alibali et al., 2014), (Novack & Goldin-Meadow, 2015).
- c. Dobře naplánované a učitelem vedené translingvní aktivity umožňují lepší inkluzi žáků z různých jazykových a kulturních prostředí. Vytvářejí prostředí vhodné pro mezikulturní dialog ve třídě.

Literatura

- Alibali, M.W., Nathan, M.J., Wolfgram, M.S., Breckinridge Church, R., Jacobs, S.A., Johnson Martinez, Ch. & Knuth, E.J. (2014). How Teachers Link Ideas in Mathematics Instruction Using Speech and Gesture: a Corpus Analysis, *Cognition and Instruction*, 32 (1), pp. 65-100
- Arzarello, F., Di Paola, B., Robutti, O. & Sabena, C. (2009). Gestures as Semiotic Resources in the Mathematics Classroom, *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2), pp. 97-109.
- Bates, E., Benigni, L., Bretherton, I., Camaioni, L. & Volterra, V. (1979). The Emergence of Symbols: Cognition and Communication in Infancy. New York: Academic Press.
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R. & Tsivkin, S. (1999). Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence, *Science*, 284, pp. 970-974.
- Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L. & Wilson, A.J. (2004). Arithmetic and the Brain, *Current Opinion in Neurobiology*, 14, pp. 218-224.
- Gibbons, P. (1993). Learning to Learn in a Second Language. Portsmouth, NH.: Heinemann.
- Novack, M. and Goldin-Meadow, S. (2015). Learning from Gesture: How our Hands Change our Minds, *Educational Psychology Review*. New York: Springer.
- Wang, Y., Lin, L., Kuhl, P. & Hirsch, J. (2007). Mathematical and Linguistic Processing Differs between Native and Second Languages: an fMRI Study, *Brain Imaging and Behavior* 1, pp. 68-82.